

|||| Hjemmeopgavesæt 2

Lineære ligningssystemer

NB: I vurderingen af dette sæt vil der blive lagt særlig vægt på at du kan

- gå fra et ligningssystem til dets koefficient- og totalmatrix
- anvende rækkeoperationer til GaussJordan-elimination
- gå fra en reduceret totalmatrix til standard parameterform for løsningsmængden
- udnytte matrixers rang ved løsning af lineære ligningssystemer
- fortolke lineære ligningssystemer geometrisk
- udregne determinanter ved opløsningsmetoden
- benytte vektorregning og determinanter i rumgeometri
- benytte Maple til illustrerende plots
- skrive sammenhængende og præcist og kan udføre simple matematiske ræsonnementer

Alle nævnte læringsmål er relevante i essayopgaven.

Deadline: 17. oktober kl. 23:00. Opgave 1 og 2 skal ikke afleveres, men besvares i Möbius (Maple TA) hvor de kan være tvistede i forhold til her. Möbius versionen finder du på din klasses konto på Learn, og den er åben fra torsdag 14. oktober kl. 12. Opgave 3 er en essay-opgave, og din besvarelse skal uploades i pdf til din klasses konto på Learn. Læs mere om essay-stil via link (på vej) på kursets hjemmeside/Dagsordner. Husk navn og studienummer øverst i besvarelsen.

|||| Opgave 1 Matrixligninger. Besvares i Möbius

To matricer er givet ved

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & -6 \end{bmatrix} \text{ og } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ -3 & 4 & -2 \end{bmatrix}$$

Desuden betragtes to vektorer

$$\mathbf{b} = (-1, 2) \text{ og } \mathbf{c} = (-3, 1, 4)$$

- a) Løs matrixligningerne $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ og $\mathbf{By} = \mathbf{c}$ og opstil de to løsningsmængder på standardparameterform.
- b) Findes der vektorer som er løsning til begge matrixligninger i spørgsmål a) ?

||| Opgave 2 Kurvefitting. Besvares i Möbius

I mængden af polynomier på formen

$$P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, x \in \mathbb{R}$$

hvor koefficienterne $\{a, b, c, d, e\}$ er vilkårlige reelle tal, betragtes en delmængde M som består af de polynomier hvis graf går gennem alle punkterne $(-2, 4)$, $(-1, 0)$, $(1, -2)$ og $(3, -6)$.

- a) Indeholder M polynomier af lavere grad end 4, hvis ja, angiv dem.
- b) Opstil koefficienterne for polynomierne i M på standardparameterform.
- c) Angiv to polynomier i M hvis tangenter i punktet $(1, -2)$ er ortogonale.

||| Opgave 3 Essay-opgave. Afleveres i pdf

For et vilkårligt tal $k \in \mathbb{R}$ er der givet et lineært ligningssystem ved:

$$\begin{aligned}x - 2y - z &= 1 \\x + z &= -1 \\-x - y + z &= -1 \\x - y - 3z &= k\end{aligned}\tag{1}$$

- a) Bestem for enhver værdi af k den fuldstændige løsning til ligningssystemet.

I det følgende betragter vi de fire planer som i et standard (x, y, z) -koordinatsystem beskrives ved de fire ligninger i ligningssystemet.

- b) For $k = 9$ afgrænser de fire planer et tetraeder. Bestem arealet af den sideflade i tetraederet som ligger i planen svarende til den fjerde ligning i ligningssystemet.
- c) Bestem volumen af det tetraeder der omtales i spørgsmål b). Findes der andre værdier for k , end $k = 9$, for hvilket de fire planer afgrænser et tetraeder med det samme volumen?
- d) Giv passende illustrationer af resultaterne i det ovenstående. Vink: Kommandoerne `implicitplot3d` og `pointplot3d` kan muligvis være til hjælp. Bemærk at argumentet `orientation` kan fastlåse dit plot i en gunstig stilling for inspektion.