# Hjemmeopgavesæt 2

# Lineære ligningssystemer

*NB: I vurderingen af dette sæt vil der blive lagt særlig vægt på at du kan*

- *gå fra et ligningssystem til dets koefficient- og totalmatrix*
- *anvende rækkeoperationer til GaussJordan-elimination*
- *gå fra en reduceret totalmatrix til standard parameterform for løsningsmængden*
- *udnytte matricers rang ved løsning af lineære ligningssystemer*
- *fortolke lineære ligningssystemer geometrisk*
- *benytte Maple til illustrerende plots*
- *udregne determinanter ved opløsningsmetoden*
- *benytte vektorregning og determinanter i rumgeometri*
- *løse matrixligninger ved forskellige metoder*
- *skrive sammenhængende og præcist og kan udføre simple matematiske ræsonnementer*

*Deadline: 18. oktober kl. 23:55. Opgave 1 og 2 skal ikke afleveres, men besvares i Maple TA hvor de kan være tvistede i forhold til her. Maple TA versionen finder du på din klasses konto på Inside, og den er åben fra torsdag 8. oktober kl. 12. Opgave 3 er en essay-opgave, og din besvarelse skal uploades i pdf til Opgaver på din klasses Inside konto. Læs mere om essay-stil via link (på vej) på kursets hjemmeside/Dagsordner. Husk navn og studienummer øverst i besvarelsen.*

## Opgave 1 Besvares i Maple T.A.

En kvadratisk matrix og en vektor er givet ved

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 4 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Vi betragter matrixligningen $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

a) Løs matrixligningen ved hjælp af GaussJordan-elimination.

b) Gør rede for at $\mathbf{A}$ er regulær, og løs matrixligningen ved at brug af den inverse matrix for $\mathbf{A}$.

## Opgave 2 Besvares i Maple T.A.

I et sædvanligt $(x, y, z)$-koordinatsystem i rummet betragtes punkterne
$A = (1, 1, 1)$, $B = (3, 0, 0)$, $C = (0, 4, 3)$ og $D = (2, 3, 2)$.

a) Vis at de fire punkter udspænder et parallelogram $\mathcal{P}$, opstil en parameterfremstilling for $\mathcal{P}$, og bestem arealet af $\mathcal{P}$.

For et vilkårligt $k > 0$ betragtes vektoren $\mathbf{v} = (2, -1, k)$.

b) Bestem volumen (som funktion af $k$) af den punktmængde der gennemfejes af $\mathcal{P}$, når $\mathcal{P}$ parallelforskydes med $\mathbf{v}$.

c) Plot $\mathcal{P}$ sammen med $\mathbf{v}$ afsat ud fra $\mathcal{P}'s$ midtpunkt, idet du bruger den værdi af $k$ der opfylder at det i forrige spørgsmål fundne volumen er 15. Vink: Parallelogrammet kan plottes med Maple's `plot3d` og vektorer kan plottes med Maple's `arrow`.

## Opgave 3 Essay-opgave, afleveres i pdf

For et tal $a \in \mathbb{R}$ er der i et sædvanligt retvinklet $(x, y, z)$-koordinatsystem givet fire planer $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ og $\alpha_4$ ved ligningerne:

$$\begin{aligned} \alpha_1 : &\quad x + 2ay + az = a^2 \\ \alpha_2 : &\quad x + ay + az = a \\ \alpha_3 : &\quad x + a^2 z = a^3 \\ \alpha_4 : &\quad ax + ay + a^2 z = a \end{aligned} \tag{1}$$

a) Bestem en værdi af $a$ for hvilken de fire planer ikke har noget fælles punkt.

Det oplyses at der findes en værdi af $a$ for hvilken de fire planer har netop ét fælles punkt, og en værdi af $a$ for hvilken fællesmængden af punkter i de fire planer er en ret linje.

b) Bestem den værdi af $a$ for hvilken de fire planer har netop ét fælles punkt, og angiv punktet.

c) Bestem den værdi af $a$ for hvilken fællesmængden af punkter i de fire planer er en ret linje, og angiv en parameterfremstilling for linjen.

d) Bestem samtlige værdier af $a$ for hvilket punktet $(0, 0, -1)$ tilhører netop tre ud af de fire planer?

e) Illustrér spørgmål c) og d) med Maple. Vink: Kommandoen `implicitplot3d` kan sikkert være til hjælp. Bemærk også at argumentet `orientation` kan fastlåse dit plot i en gunstig stilling for inspektion.