Online Homework System

Assignment Worksheet
12/8/21 - 11:24:46 AM CET

Name: ____________________________
Class:
Class #: ____________________________
Section #: ____________________________
Instructor: Ulrik Engelund Pedersen
Assignment: Eksamen E21 med hjælpemidler del 1 (papir)

Question 1: (1 point)

Lad a_0 og a_1 betegne to reelle tal.
Vi betragter et polynomium P givet ved:

$$P(z) = 4 \cdot \left(z^2 + a_1 \cdot z \; + \; a_0\right) \;,\; z \in \mathbb{C}$$

Det oplyses at polynomiet P har en rod z_1 med absolutværdi 3 og hovedargument $-\frac{3}{4}\,\pi$.
Lad z_2 betegne den anden rod i polynomiet.

a) Rødderne z_1 og z_2 kan angives på følgende rektangulære form:

$$z_1 = \sqrt{2} \cdot \left(x_1 + I \;\cdot y_1\right) \;,\; x_1 \in \mathbb{R} \;,\; y_1 \in \mathbb{R}$$

$$z_2 = \sqrt{2} \cdot \left(x_2 + I \;\cdot y_2\right) \;,\; x_2 \in \mathbb{R} \;,\; y_2 \in \mathbb{R}$$

Angiv værdierne:

$x_1 =$ -3/2

$y_1 =$ -3/2

$x_2 =$ -3/2

$y_2 =$ 3/2

b) Bestem koefficienterne a_0 og a_1:

$a_0 =$ 9

$a_1 =$ 3*sqrt(2)

Question 2: (1 point)

Et lineært ligningssystem har totalmatricen

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 & -1 \\ 2 & 2 & 14 & 0 \\ -1 & -1 & -7 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Hvilke af nedenstående vektorer er en løsning til ligningsystemet?

(a) $\begin{bmatrix} -19 \\ -9 \\ 3 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} -20 \\ -8 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$

```
(x1,x2,x3)=(1,-1,0)+t*(-5,-2,1)
```

(c) $\begin{bmatrix} -19 \\ -9 \\ 5 \end{bmatrix}$

```
(e) fås for t=4
```

(d) $\begin{bmatrix} 26 \\ 9 \\ -5 \end{bmatrix}$

```
(d) fås for t=-5
```

(e) $\begin{bmatrix} -19 \\ -9 \\ 4 \end{bmatrix}$

En lineær afbildning $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ er givet ved sin afbildningmatrix mht. standardbasis i $\mathbb{R}^3$ og $\mathbb{R}^4$:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 \\ 2 & 2 & 14 \\ -1 & -1 & -7 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

```
Koefficientmatricen for ligningssystemet
```

b) Angiv en egentlig vektor w som tilhører kernen for f.

$w =$ (-5,-2,1) taget fra standardparameterformen ovenfor

Det oplyses at vektoren $u = \begin{bmatrix} u_1 \\ 2 \\ u_3 \\ 5 \end{bmatrix}$ tilhører det ortogonale komplement til billedrummet $f\left(\mathbb{R}^3\right)$.

c) Angiv de to ukendte elementer u_1 og u_3 i vektoren.

$u_1 =$ 10

$u_3 =$ 19

```
(10,2,19,5) er ortogonal på de tre søjler i F
```

Question 3: (1 point)

Et homogent system af differentialligninger er givet på matrixform ved:

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$$

Egenrummene: E3=span{(-5,1)} og E4=span{(1,0)}

x(t) = -5k1*exp(3t)+k2*exp(4t)
y(t) = k1*exp(3t)

a) Hvilke af nedenstående par af funktioner er løsninger til differentialligningssystemet:

(a) $x(t) = 15\,e^{3t} + 4\,e^{4t}, y(t) = 0$

(b) $x(t) = 15\,e^{3t} + 4\,e^{4t}, y(t) = -3\,e^{3t}$

(c) $x(t) = 15\,e^{3t}, y(t) = -3\,e^{3t}$

(d) $x(t) = 15\,e^{3t} - 4\,e^{-3t}, y(t) = -3\,e^{3t}$

b og c er mulige løsninger

Et inhomogent system af differentialligninger er givet på matrixform ved:

$$\begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4\,t - 3 \end{bmatrix}$$

Find en partikulær løsning til systemet ved at gætte på en løsning på formen:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \cdot t + b_1 \\ a_2 \cdot t + b_2 \end{bmatrix}$$

b) angiv konstanterne $a_1,\ b_1,\ a_2$ og b_2:

$a_1 =$ 5/3

$b_1 =$ -7/9

$a_2 =$ -4/3

$b_2 =$ 5/9