Temaøvelse 6

Undersøgelse af arkitektur med integralregning. Skema A

I denne temaøvelse vil vi give en geometrisk beskrivelse af nogle kendte bygninger tegnet af internationale stjernearkitekter. Vi ser på overfladearealer, rumfang, masse og så videre. Vi får brug for integration i en, to og tre variable, men før vi når så langt er vi selvfølgelig nødt til at opstille de nødvendige parameterfremstillinger!

Opgave 1 Operaen i Beijing

Nyd indledningsvis synet af Operaen i Beijing, tegnet at Paul Andreu og bygget 2007:

Om bygningen kan man på internet læse: *It is a curved building, with a total surface area of* 149, 500 *square meters, that emerges like an island at the center of a lake. The titanium shell is in the shape of a super ellipsoid with a maximum span of* 213 *meters, a minimum span of* 144 *meters and a height of* 46 *meters).* [1]

Vi antager i det følgende at operabygningen kan modelleres som en standard halv-ellipsoide.

Temaøvelsesopgaven fortsætter ⟼

a) Bestem grundfladearealet i operaen samt dens rumfang ud fra det oplyste om dens maksimale og minimale diameter i grundfladen samt højden.

b) Vurdér oplysningen om det samlede overfladeareal af bygningen.

c) Vi antager at overfladeskallen ved bunden vejer 20 kg pr. m^2 , og at den aftager kontinuert med en fast procentdel pr. højdeenhed indtil den i toppen vejer 10 kg pr. m^2 . Bestem overfladeskallens masse.

[1] http://www.archdaily.com/1218/national-grand-theater-of-china-paul-andreu.

Opgave 2 Tycho Brahe Planetarium

Så er vi tilbage i København og kigger på Thyco Brahe Planetariet, tegnet af den danske arkitekt Knud Munk og opført 1988-89. Man bemærker de smukke orientalsk inspirerede mønstre på facaden, dem kommer vi dog ikke ind på her.

Planetariet fremstår som en omdrejningcylinder, der er afskåret af en skrå plan. Derved danner taget en ellipse - måske en hentydning til planeternes baner omkring solen. Af Wikipedia fremgår det at bygningen er 38 meter høj, det må være der hvor den er højest. Ud fra fotos kan vi gætte på at den er halvt så høj hvor den er lavest. På Kunstbibliotektes hjemmeside findes der et udvalg af bygningstegningerne [1]. Kigger kan nøje efter i dem finder man cylinderens radius 12.8 meter og ydermurens tykkelse 0.30 meter.

Temaøvelsesopgaven fortsætter ⟼

a) Opstil en parameterfremstilling for planetariets tag, og bestem ud fra den tagets areal. Vink: Taget kan opfattes som en *grafflade* der ligger over en cirkelskive i (x, y)-planen med centrum i origo.

b) Bestem en parameterfremstilling for planetariets ydermur, og bestem ydermurens volumen.

c) Vi antager at stenene i ydermuren er massive i bunden og mere porøse opefter. Derved er massefylden af ydermurens sten 2.3 kg/l ved jorden, men den aftager lineært således at den øverst i bygningen er 1.8 kg/l. Bestem massen af den samlede ydermur.

[1] http://kunstbib.dk/samlinger/arkitekturtegninger/vaerker/000036808

|||| Opgave 3 St. Mary Axe i London

Nu tager vi til London og kigger på Norman Forster's glas-skyskraber St. Mary Axe (populært The Gherkin) fra 2004:

Vi skal her undersøge nogle af bygningens egenskaber, baseret på en parametrisering af dens overflade, som er en omdrejningsflade. Bygningen tænkes indsat i et standard (x, y, z)-koordinatsystem således at bygningens omdrejningsakse løber langs med z-aksen. Vi antager at profilkurven, placeret i (x, z)-planen, kan modelleres ved en funktion på formen

$$x = f(z) = \sqrt{az^2 + bz + c} \quad \text{hvor } a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Temaøvelsesopgaven fortsætter ⟼

a) Bestem a, b og c ud fra de følgende oplysninger som kan findes på internettet, se fx [1] og [2]: 1) Bygningen er 180 meter høj, 2) radius i bunden er 24 meter og 3) bygningen opnår sin største bredde i højden 66 meter.

b) Opstil en parameterfremstilling for bygningens overflade og illustrér.

c) Bestem overfladens areal.

Det oplyses i det nævnte materiale på internettet at der er brugt i alt 8358 ton stål i bygningen. Lad $m(z),\ z \in [\,0, 180\,]$, betegne den gennemsnitlige stålmassetæthed i bygningen i højden z, målt i ton/m^3. Det antages at $m(z)$ aftager lineært med højden således at den ved toppen er halvt så stor som ved bunden.

d) Bestem $m(0)$.

[1] https://www.slideshare.net/VikramBengani/the-gherkin-case-study
[2] https://01005.compute.dtu.dk/filemanager/uploads/01005/HjemOpg/gherkin.content.pdf

Temaøvelsesopgaven er slut