
Miltbrand - angreb, flugt, og redning

v./ Irina Borodina, DTU Biosustain, og Steen Markvorsen, DTU Compute

Opgavebeskrivelse

01005 Matematik 1 - FORÅR 2022

Det er projekt-opgavens primære formål at introducere nogle af de begreber og metoder, der benyttes ved analyse og modellering af særlig farlig forurening, der spredes via diffusion i luften, in casu miltbrand, over store geografiske områder. De simplificerende matematiske og geometriske modellerings-antagelser giver mulighed for strategiske overvejelser f.eks. vedrørende udformning af redningsplaner, valg af redningsruter, placering af mobile behandlings-stationer, den bedste udnyttelse af eksisterende hospitaler, osv. når forureningen er udløst.

Efter frigivelse (åbning) til tiden $t = 0$ af miltbrand-sporene i et givet punkt i rummet er tætheden af sporerne givet ved en (rimelig simpel) funktion $p(x, y, z, t)$ af sted og tid, som opfylder *diffusionsligningen*

$$\Delta p = Q \frac{\partial}{\partial t} p \quad ,$$

hvor Δ er Laplace-operatoren i \mathbb{R}^3 og Q er en diffusionskonstant, som afhænger af tryk, temperatur og luftens konsistens iøvrigt, samt af sporenes geometri.

Opgaven går ud på at analysere forskellige konsekvenser af disse grundlæggende model-antagelser samt vurdere de nødvendige modifikationer som kan skyldes vind, tyngdekraft, eller eventuel 'refleksion' af sporer fra (x, y) -basis-planen (afhængig af om der lokalt er tale om jord, vand, gade, by, eller andet terræn). I inhalerings-højde over basis-planen undersøges enhver af tæthedsfunktionerne p til ethvert tidspunkt som en funktion af de to koordinater x og y - med velkendte metoder. Langs forskellige givne flugtruter inhalerer du forskellige antal sporer. Det totale antal afhænger dels af tæthedsfunktionen p langs den rute du løber, og dels af vejtrækningsfrekvensen (der jo også afhænger af din fart). En af udfordringerne er så, om du med en detaljeret givet og oplyst spore-tætheds-funktion p kan finde (d)en rute fra ethvert givet start-punkt til et givet andet punkt (en behandlingsstation eller et hospital), sådan at forskellige behandlinger kan sættes i værk - i tide, dvs. således at det totale antal inhalerede sporer og deres allerede påførte skadevirkning (via inkubation og eksponentiel vækst af bakterier) ligger indenfor et af de sikreste af de medicinsk veldefinerede behandlingsvinduer, så du kan nå at blive reddet.

Figur 1: *Animeret online*. Diskret diffusion og måling (med den blå bevægede sensor) af tætheden p langs x -aksen som funktion af tiden. Det samlede antal sporer, der inhaleres hvis du løber med sensoren langs den rute, er essentielt integralet af funktionen i figuren til højre.

Problemstillingerne behandles blandt andet ved hjælp af Maple. I evalueringen af projektføreløbet tages der hensyn til, at projektopgaven kan løses på flere måder, og at man kan lægge sin primære indsats på forskellige delspørgsmål. Det afgørende er, at rapporten dokumenterer, at der er udført seriøst arbejde.